

4 ANÁLISIS DE PUNTO DE EQUILIBRIO

¿Qué ocurre ahí? ¿No hay suceso?
Todo es inmensamente suceso a través
de esta calma densa hasta los bordes
que sin titubear clausuran un equilibrio formidable".
(Jorge Guillén. **Atención a la vida**).

"Por entonces había
nubes como montañas
y el horizonte era una cuerda floja
y los lunes
y miércoles
y viernes
Dios hacía equilibrio
sin caerse.
Pero no era Dios
era tan sólo
Un barco viejo".
(Mario Benedetti. **Cinco veces triste**)

4.1 Punto de equilibrio

Todo gerente necesita saber por anticipado, si un nuevo producto o una nueva empresa, va a producir utilidad o no y en qué nivel de actividad comienza esa utilidad. Para determinarlo se puede utilizar el análisis de punto de equilibrio (*break even point*). Este es un análisis eminentemente contable. Aunque los recursos ofrecidos por las hojas de cálculo hacen innecesario el cálculo por fórmulas, se presentan para ilustrar el concepto que hay detrás de la idea de punto de equilibrio.

Cuando se tienen estados financieros proyectados y todos los resultados dependen de cierto número de variables, el punto de equilibrio es muy fácil de calcular. Se utiliza la opción **Buscar objetivo de Herramientas** en Excel, por ejemplo, y se define la utilidad igual a cero, cambiando la cantidad de bienes o servicios a vender. Esta forma de calcular el punto de equilibrio es mejor porque tiene en cuenta todos los cambios y no linealidades que puedan existir en el pronóstico.

Para entender a cabalidad este aspecto, es preciso definir algunos costos, así:

- **Costo variable total (CVT):** es aquel cuyo valor está determinado, en proporción directa, por el volumen de producción, ventas o cualquier otra medida de actividad. El **costo variable unitario** (CV_U), es el valor asociado a cada unidad de lo que se produce o del servicio que se presta.
- **Costo Marginal:** es el costo de producir una unidad extra de un bien o servicio. El costo marginal puede ser el costo variable unitario, sin embargo, si los costos variables unitarios no son constantes y hay economías de escala, el costo marginal dependerá del nivel de operación en que se trabaje.
- **Costo fijo (CF):** es aquel costo de una determinada actividad que no varía durante un cierto período, independientemente del volumen de esa actividad.

Se deben tener en cuenta las siguientes variables: cantidad producida, precio de venta unitario, costos fijos y costos variables unitarios. Los ingresos estarán determinados por la cantidad vendida y el precio de venta unitario, los costos los determinan la cantidad producida y vendida, los costos fijos y los costos variables por unidad (Ver Figura 1).

En forma matemática se tendrá:

$$\text{Ingresos} = (\text{Precio de venta}) \times (\text{Cantidad vendida}).$$

$$Y = PV_u \times Q$$

donde:

$$Y = \text{Ingresos de venta.}$$

$$PV = \text{Precio de venta.}$$

$$Q = \text{Cantidad vendida.}$$

$$\text{Costo total} = \text{Costo fijo} + \text{costo variable total.}$$

$$\text{Costo variable total} = \text{Costo variable unitario} \times \text{cantidad producida.}$$

$$C = CF + CV_U \times Q$$

donde:

$$C = \text{Costo total.}$$

$$CF = \text{Costo fijo.}$$

$$CV_U = \text{Costo variable unitario.}$$

$$Q = \text{Cantidad producida y vendida.}$$

El punto de equilibrio de contribución -punto de equilibrio para abreviar- es la cantidad producida y vendida que iguala a los ingresos con los costos. Matemáticamente:

$$\text{Ingresos} = \text{Costos}$$

$$Y = C$$

$$PV \times Q = CF + CV_U \times Q$$

O sea:

$$PV \times Q - CV_U \times Q = CF$$

$$Q(PV - CV_U) = CF$$

$$Q^* = \frac{CF}{PV - CV_U} = \text{punto de equilibrio (Ver Figura 1.)}$$

Este punto de equilibrio es aquella cantidad que producida y vendida, permite recuperar exactamente los costos variables, más los costos fijos asociados a la operación.

A continuación se presentan casos específicos que se ilustran con ejemplos.

4.1.1 Punto de equilibrio en unidades

Ejemplo 1

Supóngase un producto que requiere unos costos fijos de \$1,500,000, cuyo costo variable de producción es de \$500 por unidad y su precio al consumidor es de \$2,000.

Los ingresos son:

$$2,000 \times Q$$

Los costos son:

$$1,500,000 + 500 \times Q$$

El punto de equilibrio, donde los ingresos son iguales a los costos, será:

$$Q = \frac{1,500,000}{2,000 - 500} = \frac{1,500,000}{1,500} = 1,000$$

Esto quiere decir que si se fabrican y venden más de 1,000 unidades, el producto generará utilidades, si se fabrican y venden menos de 1,000 unidades producirá pérdidas.

Por ejemplo, si se producen 1,100 unidades se tendrá:

$$\begin{aligned} \text{Utilidad} &= \text{Ingresos} - \text{Costos} \\ &= 2,000 \times 1,100 - 1,500,000 - 500 \times 1,100 \\ &= 2,200,000 - 1,500,000 - 550,000 \\ &= 150,000 \end{aligned}$$

O sea \$150,000 de utilidad.

Si se producen 900 unidades:

$$\text{Resultados} = 2,000 \times 900 - 1,500,000 - 500 \times 900$$


$$= 1,800,000 - 1,500,000 - 450,000$$

$$= -150,000$$

O sea, \$150,000 de pérdida.

En Excel

	A	B	C
1	CF=	1,500,000	Aumento en Costos fijos.
2	CV _u =	500	0%
3	PV _u =	2,000	Aumento en Precio de Venta.
4	P.E.=	=B1*(1+C2)/(B3*(1+C3)-B2*(1+C6)) =1,500,000/(2,000-500) [1,000]	0%
5			Aumento en Costo variable.
6			0%

 En el disquete que acompaña este texto, se encuentra el archivo PUNTOEQ.XLS. A partir de él, elaborar este ejemplo. Debe incluirse la gráfica.

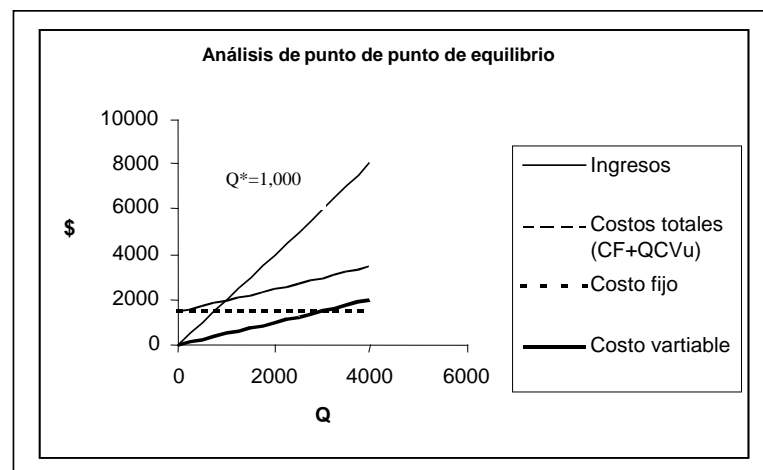


FIGURA 1

4.1.2 Punto de equilibrio en dinero

Hasta aquí, el punto de equilibrio ha sido calculado en términos de unidades físicas. También se puede calcular en unidades monetarias. Esta manera de calcularlo es la recomendada cuando la actividad no es identificable en unidades o cuando hay varios bienes o productos. Aquí influye mucho la "mezcla de producto", es decir, la proporción en que se venden los diferentes productos y esta mezcla debe mantenerse constante en la realidad, para que el punto de equilibrio calculado coincida con lo real. Más adelante se presenta una propuesta para calcular puntos de equilibrio individuales, cuando existen varios productos.

En caso de calcular el punto de equilibrio en dinero, se tiene lo siguiente:

$$\text{Ingresos totales} = \text{Costos fijos} + \text{costos variables totales.}$$

Los costos variables unitarios, se supone que son proporcionales al precio de venta, por lo tanto, así también lo serán los costos variables totales y los ingresos totales. En otras palabras, se debe mantener esa proporción, por lo tanto, se puede escribir la última expresión de la siguiente manera:

$$\text{Ingresos totales} = \text{costos fijos} + A \times (\text{Ingresos totales}).$$

$$Y = CF + A \times Y$$

Donde A es la fracción que representa la relación entre el costo variable y el precio de venta.

De este modo, el punto de equilibrio en dinero se calcula así:

$$Y = CF + A \times Y$$

$$Y - A \times Y = CF$$

$$Y \times (1-A) = CF$$

$$Y = CF / (1-A)$$

Es decir, se divide el costo fijo por el **margen de contribución para cubrir costos fijos (1 - A)**.



El margen de contribución es el mismo margen bruto (utilidad bruta expresada como un porcentaje de las ventas), que se estudió en el módulo de Análisis Financiero.

Ejemplo1 (Cont.)


En el ejemplo anterior se calcula primero el valor de A.

$$A = \frac{500}{2,000} = \frac{1}{4} = 0.25$$

Entonces el punto de equilibrio será:

$$Y = \frac{1,500,000}{1-0.25} = \frac{1,500,000}{0.25} = 2,000,000 \text{ O sea, (1,000 unidades a \$2,000 c / u).}$$

	A	B
7	A=	=B2/B3 [0.25]
8	P.E.\$=	=B1/(1-B5) =1,500,000/(1-0.25) [2,000,000]

 En el disquete que acompaña este texto, se encuentra el archivo PUNTOEQ.XLS y en él la hoja UN PRODUCTO. A partir de ella, elaborar esta modificación al ejemplo.

En este análisis se ha supuesto que todo lo que se produce efectivamente se vende y no se acumula en inventarios. Esto es necesario, porque los productos que están en inventario tienen costos fijos asignados, que no se están recuperando (no se han vendido) en el momento del análisis.

4.1.3 Punto de equilibrio para varios productos o servicios

Al principio se presentó la técnica de punto de equilibrio, para determinar a qué nivel de actividad se empieza a generar utilidades. Allí se supuso que existía un solo producto, por lo tanto, al calcular la cantidad a producir en el punto de equilibrio, automáticamente podía conocerse el valor total de las ventas. En realidad se tiene más de un producto o servicio y no es tan fácil encontrar el punto de equilibrio para la empresa como un todo. Aquí, como ya se dijo, la "mezcla de producto", o sea la proporción en que se venden los diferentes productos. Si esta proporción no se mantiene, el punto de equilibrio real discrepará con el proyectado.

Ejemplo 2 Caso I

Supóngase que una firma tiene dos productos A y B con las siguientes características:

	A	B	C
1		PRODUCTO A	PRODUCTO B
2	Costo variable.	500	1,000
3	Precio de venta.	2,000	2,500
4	Proporción en mezcla.	30%	70%
5	Costo fijo total.	2,500,000	

Con esta información se puede calcular el precio ponderado de las ventas totales y el costo variable, ponderado así:

$$\begin{aligned}
 PV_P &= 2,000 \times 0.30 + 2,500 \times 0.70 = 600 + 1,750 \\
 &= 2,350
 \end{aligned}$$

$$CV_{UP} = 500 \times 0.30 + 1,000 \times 0.70 = 150 + 700 = 850$$

El valor de A ponderado, se puede calcular a partir de PV_p y CVU_p , es decir:

$$A = \frac{CVU_p}{PV_p} = \frac{850}{2,350} = 0.3617$$

Con esta información, el punto de equilibrio será:

$$Y = \frac{CF}{1 - A_p} = \frac{2,500,000}{1 - 0.3617} = 3,916,653.61$$

	A	B
6	$PV_p =$	$=B3*B4+C3*C4$ $=2,000*0.30+2,500*0.7$ [2,350]
7	$CV_{UP} =$	$=B2*B4+C2*C4$ $=500*0.30+1,000*0.70$ [850]
8	$A =$	$=B7/B6$ $=850/2,350$ [0.3617]
9	$P.E. \$ =$	$=B5/(1-B8)$ $=2,500,000/(1-0.3617)$ [3,916,653.61]

Como ya no se trata de un solo producto, no es obvia la manera de calcular el número de unidades.

Una aproximación para calcularlo sería repartir proporcionalmente los costos fijos a cada producto, lo cual se efectúa con base en la respectiva participación en las ventas ($A=30\%$ y $B=70\%$).

De esta manera, se determinan los puntos de equilibrio respectivos, utilizando la parte de costos calculada para cada producto.

Entonces:

$$CF_A = 0.30 \times CF = 0.30 \times 2,500,000 = 750,000$$

$$CF_B = 0.70 \times CF = 0.70 \times 2,500,000$$

$$= 1,750,000$$

Los puntos de equilibrio serán:

$$Q_A = \frac{750,000}{2,000 - 500} = 500$$


$$Q_B = \frac{1,750,000}{2,500 - 1,000} = 1,166.67 = 1,167 \text{ aprox}$$

En pesos se tendrá:

$$Y = 500 \times 2,000 + 1,166.67 \times 2,500 = 1,000,000 + 2,916,675$$

$$= 3,916,675$$

	A	B
10	CF _A =	=B5*B4 =2,500,000*0.30 [750,000]
11	CF _B =	=B5*C4 =2,500,000*0.70 [1,750,000]
12	P.E. _A =	=B10/(B3-B2) =750,000/(2,000-500) [500]
13	P.E. _B	=B11/(C3-C2) =1,750,000/(2,500-1,000) [1,166.67]
14	P.E. _{\$} =	=B12*B3+B13*C3 =500*2,000+1,166.67*2,500 [3,916,675]

 En el disquete que acompaña este texto, se encuentra el archivo PUNTOEQ.XLS y en él la hoja VARIOS PRODUCTOS. A partir de ella, elaborar este ejemplo.

Ahora bien, esto se puede refinar algo más, procediendo a analizar la conformación de los costos fijos. Supóngase que los costos fijos se discriminan así:

	A	B
15	Salario básico de vendedores línea A.	300,000
16	Salario básico de vendedores línea B.	800,000
17	Gastos de publicidad línea A.	100,000
18	Gastos de publicidad línea B.	300,000
19	Otros gastos administrativos (gerente, secretarias, etc.).	1,000,000
20		
21	Total gastos fijos.	2,500,000

Como ciertos costos fijos son identificables con cada producto, se puede calcular mejor el costo fijo asignado a cada uno, en este caso, sólo será necesario asignar \$1,000,000 de costo fijo de carácter general. Por lo tanto, el costo se determina sumando los costos identificables más una proporción (la participación en ventas) del costo fijo general. De este modo se tiene:

$$CF_A = 300,000 + 100,000 + 0.30 \times 1,000,000 = 700,000$$

$$CF_B = 800,000 + 300,000 + 0.70 \times 1,000,000 = 1,800,000$$

Los puntos de equilibrio respectivos serán:

$$Q_A = \frac{700,000}{2,000 - 500} = 466.67$$


$$Q_B = \frac{1,800,000}{2,500 - 1,000} = 1,200$$

$$Y = 2,000 \times 466.67 + 2,500 \times 1,200 = 933,340 + 3,000,000 = 3,933,340$$



Obviamente, al no haber hecho una asignación promedio de la totalidad de los costos, sino haber recurrido a la información precisa de los costos asociados a los productos A y B, el punto de equilibrio en pesos no es igual al anterior.

	A	B
22	CF _A =	=B15+B17+B4*B19 =300,000+100,000+0.30*1,000,000 [700,000]
23	CF _B =	=B16+B18+C4*B19 =800,000+300,000+0.70*1,000,000 [1,800,000]
24	P.E. _A =	=B22/(B3-B2) =700,000/(2,000-500) [466.67]
25	P.E. _B =	=B23/(C3-C2) =1,800,000/(2,500-1,000) [1,200]
26	P.E.\$=	=B3*B24+C3*B25 =2,000*466.67+2,500*1,200 [3,933,340]

 En el disquete que acompaña este texto, se encuentra el archivo PUNTOEQ.XLS y en él la hoja VARIOS PRODUCTOS. A partir de ella, elaborar este ejemplo.

Ejemplo 2 Caso II

Retornando a la primera parte del ejemplo, se debe recordar que el análisis con el precio de venta y el costo variable ponderados, es válido siempre que se mantenga la misma proporción en las ventas totales, esto es, que se mantenga igual la mezcla de producto. Si por ejemplo, la proporción fuera al contrario, esto es (CASO II) A=70% y B=30%, entonces los valores de precio de venta y costo variable serían los siguientes, así:

$$\begin{aligned}PV_p &= 2,000 \times 0.70 + 2,500 \times 0.30 = 1,400 + 750 \\ &= 2,150\end{aligned}$$

$$CV_{Up} = 500 \times 0.70 + 1,000 \times 0.30 = 350 + 300 = 650$$

El valor A ponderado, será:

$$A_p = \frac{CVU_p}{PV_p} = \frac{650}{2,150} = 0.3023$$

Con estos datos, el nuevo punto de equilibrio, será:

$$Y = \frac{CF}{1 - A_p} = \frac{2,500,000}{1 - 0.3023} = \$3,583,201.95$$

Así mismo, para calcular el respectivo punto de equilibrio en unidades, se tendrá:

$$\begin{aligned}CF_A &= 300,000 + 100,000 + 0.70 \times 1,000,000 \\ &= 1,100,000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}CF_B &= 800,000 + 300,000 + 0.30 \times 1,000,000 \\ &= 1,400,000\end{aligned}$$

$$Q_A = \frac{1,100,000}{2,000 - 500} = 733.33 = 733 \text{ aprox.}$$

$$Q_B = \frac{1,400,000}{2,500 - 1,000} = 933.33 = 933 \text{ aprox}$$


El ingreso total, será:

$$Y = 2,000 \times 733.33 + 2,500 \times 933.33 = 1,466,660 + 2,333,325 = 3,799,985$$

	A	B	C
1		PRODUCTO A	PRODUCTO B
2	Costo variable.	500	1,000
3	Precio de venta.	2,000	2,500
4	Proporción en mezcla.	70%	30%
5	Costo fijo total.	2,500,000	
6	PV _p =	$=B3*B4+C3*C4$ $=2,000*0.70+2,500*0.3$ [2,150]	
7	CV _{UP} =	$=B2*B4+C2*C4$ $=500*0.70+1,000*0.30$ [650]	
8	A=	$=B7/B6$ $=650/2,150$ [0.3023]	
9	P.E.\$	$=B5/B8$ $=2,500,000/0.3023$ [3,583,201.95]	

Los puntos de equilibrio para A y B, suponiendo la identificación de los costos asociados a cada producto y el ingreso total (punto de equilibrio en pesos), son:

	A	B
22	CF _A =	$=B15+B17+B4*(B21-B19-B18-B17-B16-B15)$ $=300,000+100,000+0.70*1,000,000$ [1,100,000]
23	CF _B =	$=B16+B18+C4*(B21-B19-B18-B17-B16-B15)$ $=800,000+300,000+0.30*1,000,000$ [1,400,000]
24	P.E. _A =	$=B22/(B3-B2)$ $=1,100,000/(2,000-500)$ [733.33]
25	P.E. _B =	$=B23/(C3-C2)$ $=1,400,000/(2,500-1,000)$ [933.33]
26	P.E.\$=	$=B3*B24+C3*B25$ $=2,000*733.33+2,500*933.33$ [3,799,985]

 En el disquete que acompaña este texto, se encuentra el archivo PUNTOEQ.XLS y en él la hoja VARIOS PRODUCTOS. A partir de ella, elaborar las modificaciones sugeridas en esta parte del ejemplo.

Se puede construir entonces la siguiente tabla:

	CASO I PRODUCTO		CASO II PRODUCTO	
	A	B	A	B
Participación.	30%	70%	70%	30%
Punto de equilibrio.	467	1,200	733	933
Ingreso por producto.	\$933,340	\$3,000,000	\$1,466,660	\$2,333,325
Ingreso total.		3,933,340		3,799,985

De aquí se puede concluir, que para calcular el punto de equilibrio en pesos, se debe tener en cuenta la proporción en que cada producto entra en las ventas totales y que aquel cambia cuando se varía la proporción en ventas. Se puede calcular el punto de equilibrio por unidades, asignando los costos fijos a cada línea de productos, en este caso, se debe hacer un análisis para tratar de identificar costos con cada uno de los productos.

4.1.4 Eliminación de productos o servicios

Hasta aquí parecería que aquellos productos que están produciendo pérdida, deben discontinuarse.

Esto es cierto, si al discontinuar un producto se reemplaza por otro que absorba igual o mayor cantidad de costos fijos.

Se pueden presentar casos en los cuales, al discontinuar un producto no rentable, su salida afecte el rendimiento de los productos restantes.

Ejemplo 3

La información de la siguiente tabla, fue suministrada al gerente general de una firma, a quien se le informó además, que no se podían incrementar las ventas del producto B, para que produjera utilidades. El ejecutivo comentó: "Debemos discontinuarlo".

PRODUCTO	A	B	C	D	TOTAL
Ventas.	550,00	400,00	200,00	304,00	1.454,00
Costos fijos	160,00	240,00	80,00	120,00	600,00
Costos variables.	192,50	230,00	120,00	138,97	681,47
Costo total.	352,50	470,00	200,00	258,97	1.281,47
Utilidad.	197,50	-70,00	0,00	45,03	172,53

Después de haber tomado esa decisión, se hizo un nuevo análisis y se encontró lo siguiente:

	PRODUCTO			TOTAL
	A	C	D	
	\$	\$	\$	\$
Ventas.	550,00	200,00	304,00	1054,00
Costos fijos	210,00	120,00	150,00	480,00
Costos variables.	192,50	120,00	138,97	451,47
Costo total.	402,50	240,00	288,97	931,47
Utilidad.	147,50	-40,00	15,03	122,53

Como indica la tabla anterior, el producto B absorbía una buena porción de los costos fijos, la cual debió ser asumida por los productos restantes. Obviamente esta fue una decisión errónea. Si se siguiera con la política de discontinuar productos que ocasionan pérdidas, habría que discontinuar el producto C. En este caso se tendría:

PRODUCTO	A	D	TOTAL
	\$	\$	\$
Ventas.	550,00	304,00	854,00
Costos fijos	248,18	211,82	460,00
Costos variables.	192,50	138,97	331,47
Costo total.	440,68	350,79	791,47
Utilidad.	109,32	-46,79	62,53

Si se elimina el producto D se tiene,

PRODUCTO	A
	\$
Ventas.	550,00
Costos fijos	380,00
Costos variables.	192,50
Costo total.	572,50
Utilidad.	-22,50

Surge entonces la pregunta: ¿Cuándo se debe discontinuar un producto? Para responderla, se debe considerar una clasificación de los costos fijos: a) Costos fijos puros o generales y b) Costos fijos específicos (*ad-hoc*) del producto u operación.

Los costos fijos puros, son aquellos que definitivamente no varían, a pesar del volumen de la producción e independiente de que un determinado producto exista o no. La depreciación de los equipos y la remuneración del gerente general, son ejemplos de ello. Los costos fijos específicos, son aquellos que permanecen constantes dentro de un rango de operación y son además, costos fijos asociados de manera intrínseca al producto o actividad que se analiza, de manera que si esos productos o servicios desaparecen, los costos fijos asociados desaparecerían. De otra forma, son costos fijos asociados al producto o proyecto. Los gastos de publicidad de un producto en particular, son un ejemplo de ello, ya que si desaparece el producto, no tiene sentido hacerle publicidad.

Si se refinara el análisis del ejemplo, se podría obtener una información como la que sigue:

PRODUCTO	A	B	C	D	TOTAL
	\$	\$	\$	\$	\$
Ventas.	550,00	400,00	200,00	304,00	1.454,00
Costos fijos puros.	70,00	120,00	60,00	40,00	290,00
Costos fijos específicos.	90,00	120,00	20,00	80,00	310,00
Costos variables.	192,50	230,00	120,00	138,97	681,47
Costo total.	352,50	470,00	200,00	258,97	1.281,47
Utilidad.	197,50	-70,00	0,00	45,03	172,53

4.1.5 Punto de Equilibrio Específico.

En esta ocasión se debe considerar un nuevo punto de equilibrio: aquel que relaciona las ventas con los costos variables y los costos fijos específicos (*ad-hoc*). Si se está en un volumen inferior a este punto de equilibrio, se debe descontinuar el producto y la firma obtendría más ganancias. Este nivel se denomina **punto de equilibrio específico**.

Los respectivos puntos de equilibrio específicos para este ejemplo son:

$$Q_A = \frac{90,00}{1 - 0,35} = 138,46$$

$$Q_B = \frac{120,00}{1 - 0,575} = 282,35$$

$$Q_C = \frac{20,00}{1 - 0,60} = 50,00$$

$$Q_D = \frac{80,00}{1 - 0,4687} = 147,37$$

PRODUCTO	A	B	C	D	TOTAL
	\$	\$	\$	\$	\$
Ventas.	550,00	400,00	200,00	304,00	1.454,00
Costos fijos puros.	70,00	120,00	60,00	40,00	290,00
Costos fijos específicos.	90,00	120,00	20,00	80,00	310,00
Costos variables.	192,50	230,00	120,00	138,97	681,47
Costo total.	352,50	470,00	200,00	258,97	1.281,47
Utilidad.	197,50	-70,00	0,00	45,03	172,53
%CV	35,00%	57,50%	60,00%	45,71%	46,87%
Margen de contribución = 1- %CV	65,00%	42,50%	40,00%	54,29%	53,13%
PEQ	246,15	564,71	200,00	221,05	1.129,28
PEQ específico	138,46	282,35	50,00	147,37	583,46

Como se puede observar, todos los productos sobrepasan el punto de equilibrio específico, por lo tanto, ninguno de ellos debe descontinuarse ya que contribuyen a cubrir los costos fijos totales. En todo caso, en este tipo de decisiones debe tenerse en cuenta que si el producto produce pérdida,

descontinuarlo podría llegar a producir más pérdidas y sólo se mejora la situación si se reemplaza por otro producto que absorba los costos fijos que este producto absorbía, la otra posibilidad es, si al discontinuar el producto, los recursos que se dedicaban a él se pueden canalizar para aumentar el volumen de producción de los otros, de manera que se compense la parte de costos fijos que absorbía el producto a discontinuarse.

4.1.6 Punto de Equilibrio no lineal

Hasta aquí se ha considerado que el punto de equilibrio es el resultado de relaciones lineales entre precio de venta, costo variable y costo fijo. La realidad es que esa relación es no lineal y se ve afectada por varios parámetros tales como la elasticidad y que producen un comportamiento variable en los costos. Es decir, precios y los costos no son constantes en el tiempo. Esto inclusive podría conducir a encontrar más de un punto de equilibrio. En el capítulo 5 se muestra el comportamiento del punto de equilibrio cuando se tiene en cuenta el fenómeno de la elasticidad. Allí se encontrará que el punto de equilibrio es dinámico y no es posible calcularlo de manera independiente cada año.

4.2 Análisis de sensibilidad

Una de las fortalezas del análisis de punto de equilibrio, es que permite evaluar las decisiones sobre precios y costos en términos de su efecto en las utilidades. Por ejemplo, considérese la necesidad de disminuir el punto de equilibrio para aumentar las ganancias, lo cual puede lograrse de varias formas:

- Aumentando los precios.
- Disminuyendo los costos fijos.
- Disminuyendo los costos variables.
- Una combinación de las anteriores.

Conviene estudiar el efecto de cada una de esas decisiones, en el resultado del ejemplo 1:


Ejemplo 4

a) Si se aumentan los precios un 10%, el nuevo punto de equilibrio será:

$$Q = \frac{1,500,00}{2,200 - 500} = 882$$


, es decir, se redujo 11.77%.

	A	B	C
1	CF=	1,500,000	Aumento en Costos fijos.
2	CV _u =	500	0%
3	PV _u =	2,000	Aumento en Precio de Venta.
4	P.E.=	$=B1*(1+C2)/(B3*(1+C39)-B2*(1+C6))$ $=1,500,000/(2,000*1.1-500)$ [882]	10%
5			Aumento en Costo variable.
6			0%

 En el disquete que acompaña este texto, se encuentra el archivo PUNTOEQ.XLS y en él la hoja UN PRODUCTO. A partir de ella, elaborar esta modificación al ejemplo.

b) Si se disminuyen los costos fijos en un 10%, el nuevo punto de equilibrio será 10% menor, es decir, 900 unidades.

	A	B	C
1	CF=	1,500,000	Aumento en Costos fijos.
2	CV _u =	500	-10%
3	PV _u =	2,000	Aumento en Precio de Venta.
4	P.E.=	=B1*(1+C2)/(B3*(1+C39)-B2*(1+C6)) =1,500,000*0.9/(2,000-500) [900]	0%
5			Aumento en Costo variable.
6			0%


 En el disquete que acompaña este texto, se encuentra el archivo PUNTOEQ.XLS y en él la hoja UN PRODUCTO. A partir de ella, elaborar esta modificación al ejemplo.

c) Si se disminuyen los costos variables en un 10%, el nuevo punto de equilibrio será:

$$Q = \frac{1,500,000}{2,000 - 450} = 968$$

, es decir, se redujo 3.23%.

	A	B	C
1	CF=	1,500,000	Aumento en Costos fijos.
2	CV _u =	500	-10%
3	PV _u =	2,000	Aumento en Precio de Venta.
4	P.E.=	=B1*(1+C2)/(B3*(1+C39)-B2*(1+C6)) =1,500,000/(2,000-500*0.90) [968]	0%
5			Aumento en Costo variable.
6			-10%


 En el disquete que acompaña este texto, se encuentra el archivo PUNTOEQ.XLS y en él la hoja UN PRODUCTO. A partir de ella, elaborar esta modificación al ejemplo.

d) Si se combinan los anteriores, por ejemplo, aumentando un 5% el precio y disminuyendo en un 5% los costos, el nuevo punto de equilibrio será:

$$Q = \frac{1,425,000}{2,100 - 475} = 877$$

, es decir, se redujo 12.3%.

	A	B	C
1	CF=	1,500,000	Aumento en Costos fijos.
2	CV _u =	500	-5%
3	PV _u =	2,000	Aumento en Precio de Venta.
4	P.E.=	=B1*(1+C2)/(B3*(1+C39)-B2*(1+C6)) =1,500,000*0.95/(2,000*1.05-500*0.95) [877]	5%
5			Aumento en Costo variable.
6			-5%

 En el disquete que acompaña este texto, se encuentra el archivo PUNTOEQ.XLS y en él la hoja UN PRODUCTO. A partir de ella, elaborar esta modificación al ejemplo.

En este ejemplo se puede apreciar que la decisión más efectiva para reducir el punto de equilibrio, considerando sólo una variable, es el aumento de precios, pero dicho aumento puede tener consecuencias funestas en el mercado.

La siguiente decisión más efectiva, sería considerar la reducción en costos fijos y por último, considerar la reducción de los costos variables.

Se puede observar también, que combinando un esfuerzo relativamente pequeño en cada variable, el efecto total de los cambios, resulta ser mejor que aquel que se alcanza modificando una sola variable.

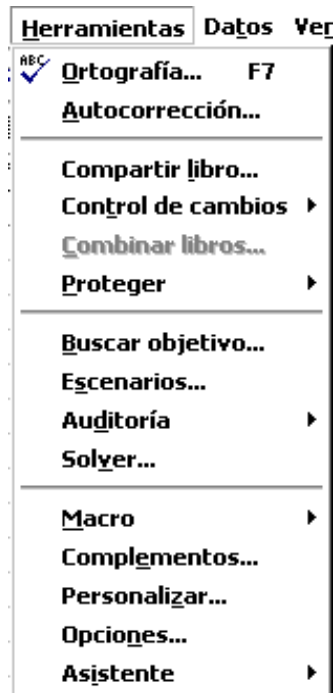
En resumen:

Parámetro	Variación	Variación en Q
Precio de venta.	10%	-11.77%
Costo Fijo.	-10%	-10.00%
Costo Variable.	-10%	-3.23%
Todos (+5% precio y -5% costos).		-12.30%

El análisis de sensibilidad se puede hacer en la hoja de cálculo Excel de manera muy sencilla. Hay varias opciones para ello:

Cambiar una celda y ver el resultado del cambio en la variable de interés (*What if*)

O usar la opción **Herramientas** de Excel



En esa opción usar **Buscar objetivo...**

En esa opción usar **Escenarios...**

En esa opción usar **Solver...**

En resumen, el punto de equilibrio es una técnica de planeación importante y puede ser utilizada de diversas maneras:

- Evaluación de alternativas.
- Evaluación de precios y promociones.
- Evaluación de cambios en la calidad.
- Evaluación de los efectos de cambios de precios.
- Discriminación de precios.
- Análisis de sensibilidad.

4.3 Punto de equilibrio probabilístico

En la realidad las variables que determinan el punto de equilibrio ni son constantes, ni son predecibles. En realidad son variables aleatorias. Si se considera que las ventas son una variable aleatoria, entonces en el supuesto que la estructura de costos fuera la siguiente:

CF=	1.500.000
CVu=	950
PVu=	2.000
P.E.=	1.428,57

Si las ventas se comportan de la siguiente manera:

Ventas	Frecuencia Relativa
1.300	5%
1.400	15%
1.500	25%
1.600	35%
1.700	15%
1.800	5%

Si se desea estimar la probabilidad de alcanzar el punto de equilibrio, se podría aproximar esa distribución a una distribución normal, calcular la media y la desviación estándar y con la función =DISTR.NORM(Valor (punto de equilibrio);Media;Desviación estándar;VERDADERO), se encuentra la probabilidad.

En este ejemplo, la media es 1.555, la varianza es $5\%(1.300-1.555)^2 + 15\%(1.400-1.555)^2 + 25\%(1.500-1.555)^2 + 35\%(1.600-1.555)^2 + 15\%(1.700-1.555)^2 + 5\%(1.800-1.555)^2 = 14.475$

Y la desviación estándar es 120,31. Con estos datos y utilizando la función de Excel ya mencionada, la probabilidad de alcanzar el punto de equilibrio de 1.428,57 es de 14,67%. Un análisis similar se puede hacer con las demás variables. Si hay que considerar más de una variable aleatoria, el cálculo es un poco más complejo y se puede usar simulación de Monte Carlo.

4.4 Apalancamiento operativo

El apalancamiento en los negocios opera en forma similar a como opera en la física. Arquímedes decía, "Dadme un punto de apoyo y moveré al mundo", refiriéndose a que haciendo uso del principio de la palanca, casi se puede multiplicar la fuerza de un individuo a límites insospechados. Igual sucede en las finanzas. La primera reacción de muchos gerentes ante una situación de crisis en la economía es la de reducción de costos y en particular de costos fijos. dos explicaciones racionales a este comportamiento: el primero es el aumento de las utilidades y el segundo la disminución de la incertidumbre o lo que algunos llaman la volatilidad de las utilidades. Más adelante se estudiará si esta segunda aseveración es o no cierta.

El apalancamiento operativo mide qué tanto varían las utilidades en relación con un aumento en ventas. Mide la capacidad que tiene la firma de emplear de manera eficiente la capacidad instalada, que es origen de los costos fijos. Así mismo, lo que se conoce como grado de apalancamiento operativo (GAO, *DOL* en inglés por *degree of operating leverage*) es una medida de elasticidad que relaciona el grado porcentual en que cambia la utilidad por una unidad porcentual de cambio en las ventas. Se calcula así:

$$GAO = \frac{\Delta Utilidad \text{ antes de impuestos e intereses}}{\Delta Ventas}$$

Otra forma de calcular el GAO considera únicamente los datos del año base, así

$$GAO = \frac{\text{Ventas} - \text{Costo variable total}}{\text{Ventas} - \text{Costo variable total} - \text{Costo fijo}}$$

La primera versión de GAO indica el efecto que tiene el cambio de un 1% en las ventas sobre el cambio que se produce en las utilidades antes de impuestos e intereses. Este cambio es igual a

$$\Delta \text{Utilidad antes de impuestos e intereses} = GAO \times \Delta \text{Ventas}$$

La segunda versión muestra cómo los costos fijos son los que originan el apalancamiento. Esta fórmula se puede deducir así: La utilidad inicial se calcula como $Q(PV - CV) - CF$. El porcentaje de cambio se daría en unidades Q , entonces el incremento porcentual en la utilidad será

$$\frac{\Delta Q(PV_u - CV_u)}{Q(PV_u - CV_u) - CF}$$

Donde Q es la cantidad, PV_u es el precio de venta unitario, CV_u es el costo variable unitario y CF es el costo fijo. Entonces,

$$\begin{aligned} GAO &= \frac{\frac{\Delta Q(PV_u - CV_u)}{Q}}{\frac{Q(PV_u - CV_u) - CF}{Q}} = \frac{\Delta Q(PV_u - CV_u)}{Q(PV_u - CV_u) - CF} \times \frac{Q}{\Delta Q} = \frac{Q(PV_u - CV_u)}{Q(PV_u - CV_u) - CF} \\ &= \frac{\text{Ventas} - \text{Costo variable total}}{\text{Ventas} - \text{Costo variable total} - \text{Costo fijo}} \end{aligned}$$

En ambos casos hay que ser cuidadoso en el sentido de no tomar como punto de referencia el nivel correspondiente al punto de equilibrio o una cifra muy cercana porque los resultados carecen de significado (en especial, cuando el nivel de referencia es el punto de equilibrio.) Esto significa que el GAO dependerá mucho de la situación en que se encuentre la firma. El apalancamiento es sano cuando la empresa está creciendo, pero si está en recesión, es perjudicial. Es lo que ocurre con las firmas que vienen creciendo, se apalancan y si súbitamente se genera una crisis económica, el apalancamiento se torna negativo y perjudica los resultados de la empresa. Por esta razón es importante construir modelos financieros que permitan analizar distintos escenarios y hacer análisis de sensibilidad para determinar el nivel adecuado de apalancamiento.

Tener un GAO alto y mayor que 1 significa que la firma tiene tal combinación de costos fijos y variables que le permite aumentar las utilidades antes de impuestos e intereses en un porcentaje mayor que el porcentaje en que se incrementan las ventas.

Ejemplo

Supóngase una firma que tiene costos fijos de 1.500.000, un costo variable de 500 y un precio de venta de 2.000. Si se estiman los niveles de venta en tres escenarios, pesimista, optimista y más probable o medio y a cada uno se le asigna una probabilidad, se tiene:

Probabilidad	30%	40%	30%
	Pesimista	Mediano	Optimista
Cantidad	1.287	1.300	1.313
Costo variable unitario	500	500	500
Ingreso	2.574.000	2.600.000	2.626.000
Costo variable total	643.500	650.000	656.500
Costo fijo	1.500.000	1.500.000	1.500.000
Utilidades antes de impuestos e intereses	430.500	450.000	469.500
Valor esperado de las utilidades	450.000		
Desviación estándar de las utilidades (riesgo)	15.105		

Para un aumento en ventas (en unidades) de 1%, el aumento en utilidades antes de impuestos e intereses es de 4,33%. El grado de apalancamiento operativo es

$$GAO = \frac{\frac{469.500}{450.000} - 1}{0,01} = \frac{4,33\%}{1\%} = 4,33$$

Si en lugar de tener un costo fijo de 1.500.000, se reduce a 1.200.000 y el costo variable unitario se aumenta de 500 a 600, entonces se tiene:

Probabilidad	30%	40%	30%
	Pesimista	Mediano	Optimista
Cantidad	1.287	1.300	1.313
Costo variable unitario	600	600	600
Ingreso	2.574.000	2.600.000	2.626.000
Costo variable total	772.200	780.000	787.800
Costo fijo	1.200.000	1.200.000	1.200.000
Utilidades antes de impuestos e intereses	601.800	620.000	638.200
Valor esperado de las utilidades	620.000		
Desviación estándar de las utilidades (riesgo)	14.098		

Para un aumento en ventas (en unidades) de 1%, el aumento en utilidades antes de impuestos e intereses es de 2,94%. El grado de apalancamiento operativo es 2,94.

Obsérvese la disminución en la desviación estándar. El nivel de riesgo no cambia con un cambio en el costo fijo. En el ejemplo anterior se cambiaron los costos fijos y los variables. El riesgo, medido por la desviación estándar disminuyó. Esto significa que el riesgo de la firma ha disminuido, después de haber variado los costos fijos y variables. Esto lo que significa es la reducción del riesgo de la firma. A mayor apalancamiento operativo, mayor riesgo.

Se obtiene igual riesgo (desviación estándar) cuando el costo variable se mantiene constante, aunque el costo fijo cambie sin que se afecte la relación entre aumento de utilidades y aumento en ventas, esto es el GAO. Esto se puede apreciar en la siguiente tabla construida a partir del ejemplo anterior con un costo fijo de 1.200.000, y el costo variable es de 500 y precio de venta de 2.000, entonces se tiene:

Probabilidad	30%	40%	30%
	Pesimista	Mediano	Optimista
Cantidad	1.287	1.300	1.313
Costo variable unitario	500	500	500
Ingreso	2.574.000	2.600.000	2.626.000
Costo variable total	643.500	650.000	656.500
Costo fijo	1.200.000	1.200.000	1.200.000
Utilidad antes de impuestos	730.500	750.000	769.500
Valor esperado de las utilidades	750.000		
Desviación estándar de las utilidades (riesgo)	15.105		

Obsérvese que la desviación estándar permaneció igual, lo mismo que el costo variable. El costo fijo sí varió. El GAO será

$$GAO = \frac{2,60\%}{1\%} = 2,60$$

Si sólo cambia el costo variable y el costo fijo permanece constante, se tiene:

Probabilidad	30%	40%	30%
	Pesimista	Mediano	Optimista
Cantidad	1.287	1.300	1.313
Costo variable unitario	600	600	600
Ingreso	2.574.000	2.600.000	2.626.000
Costo variable total	772.200	780.000	787.800
Costo fijo	1.500.000	1.500.000	1.500.000
Utilidad antes de impuestos	301.800	320.000	338.200
Valor esperado de las utilidades	320.000		
Desviación estándar de las utilidades (riesgo)	14.098		

El cálculo del GAO arroja 5,69.

El GAO le sirve al gerente para examinar las consecuencias sobre cuánto afecta un cambio en el costo fijo y en el costo variable a las utilidades.

Conviene examinar cómo se relacionan los costos fijos y los costos variables unitarios y el GAO. (Utilizando la opción de menú de Excel Datos y allí Tabla). En la tabla siguiente se puede apreciar esta relación, a partir de los datos anteriores.

		Costo variable unitario						
		700	600	500	400	300	200	100
Costo fijo	1.000.000	2,45	2,22	2,05	1,93	1,83	1,75	1,68
	1.100.000	2,86	2,53	2,29	2,12	1,99	1,89	1,80
	1.200.000	3,45	2,94	2,60	2,36	2,19	2,05	1,94
	1.300.000	4,33	3,50	3,00	2,67	2,43	2,25	2,11
	1.400.000	5,83	4,33	3,55	3,06	2,73	2,49	2,31
	1.500.000	8,89	5,69	4,33	3,59	3,11	2,79	2,55
	1.600.000	18,78	8,27	5,57	4,33	3,62	3,16	2,84
	1.700.000	-169,00	15,17	7,80	5,47	4,33	3,66	3,21
	1.800.000	-15,36	91,00	13,00	7,43	5,39	4,33	3,69
	1.900.000	-8,05	-22,75	39,00	11,56	7,13	5,32	4,33
	2.000.000	-5,45	-10,11	-39,00	26,00	10,52	6,88	5,26

Esta tabla se lee de izquierda a derecha y hacia abajo. Esto es, que una firma puede cambiar costos fijos por variables. Por ejemplo, en lugar de mantener una infraestructura para prestar un servicio interno, la elimina y subcontrata el servicio por volumen. Aumenta sus costos variables, pero disminuye los fijos. Hay que observar que el mayor efecto en el apalancamiento financiero lo tiene el costo fijo. Sin embargo, tanto los costos fijos como los variables producen aumento en el apalancamiento. A mayor costo fijo mayor GAO y a mayor costo variable mayor GAO.

Así mismo, se puede explorar la relación entre los costos fijos y los costos variables unitarios y el riesgo, medido como la desviación estándar de las utilidades antes de impuestos e intereses. Con los mismos datos, la tabla siguiente nos muestra esa relación.

		Costo variable unitario						
		100	200	300	400	500	600	700
Costo fijo	1.000.000	19.133	18.126	17.119	16.112	15.105	14.098	13.091
	1.100.000	19.133	18.126	17.119	16.112	15.105	14.098	13.091
	1.200.000	19.133	18.126	17.119	16.112	15.105	14.098	13.091
	1.300.000	19.133	18.126	17.119	16.112	15.105	14.098	13.091
	1.400.000	19.133	18.126	17.119	16.112	15.105	14.098	13.091
	1.500.000	19.133	18.126	17.119	16.112	15.105	14.098	13.091
	1.600.000	19.133	18.126	17.119	16.112	15.105	14.098	13.091
	1.700.000	19.133	18.126	17.119	16.112	15.105	14.098	13.091
	1.800.000	19.133	18.126	17.119	16.112	15.105	14.098	13.091
	1.900.000	19.133	18.126	17.119	16.112	15.105	14.098	13.091
	2.000.000	19.133	18.126	17.119	16.112	15.105	14.098	13.091

Esta tabla indicaría que la volatilidad no la produce el nivel de los costos fijos sino de los variables, lo cual, desde el punto de vista estadístico, es coherente.

Conceptos básicos para repaso

1. **Punto de equilibrio:** Análisis de tipo contable que permite saber por anticipado si un nuevo producto o una nueva empresa va a producir utilidad y en que nivel comienza a producirla.
2. **Punto de equilibrio de contribución:** es la cantidad producida y vendida que iguala a los ingresos con los costos.

3. **Punto de equilibrio en unidades:** Es el punto de equilibrio que fija la cantidad de unidades a producir y vender para generar utilidades.
4. **Margen de contribución para cubrir los costos fijos:** es igual la margen bruto
5. **Punto de equilibrio específico:** Es el que relaciona las ventas con los costos variables y los costos fijos específicos.
6. **Análisis de sensibilidad:** es el estudio del efecto de diferentes decisiones en el resultado obtenido del punto de equilibrio. Estas decisiones tienen que ver con el aumento de precios, o la disminución de los costos fijos, o de los costos variables, o una combinación de las anteriores.
7. **El apalancamiento operativo:** es una medición de que tanto varían las utilidades en relación con el aumento en ventas; mide la capacidad que tiene la firma de emplear de manera eficiente la capacidad instalada, que es el origen de los costos fijos.

4.5 Ejercicios

Una universidad ofrece seminarios para ejecutivos y tiene la siguiente estructura de costos:

Costo fijo global, que incluye salarios administrativos y gastos de oficina en general, \$5,000,000. Se prevé ofrecer 25 seminarios en el año.

El costo fijo por seminario, que incluye folletos publicitarios específicos, correo, avisos de prensa y honorarios del conferencista y uso de equipos de computación, es de \$1,000,000. Un seminario específico tiene una duración de 68 horas y los honorarios del conferencista, por hora son de \$5,000, así mismo, se utiliza una sala de microcomputadores durante 48 horas, cuyo costo es de \$3,000 por hora. El precio de seminario por participante es de \$90.000.

A cada participante se le entrega material educativo consistente en "disquete", maletín, lápiz, etc. por valor de \$1,500. " El material de estudio tiene 500 páginas y cada página cuesta \$27.00. Durante el seminario, cada participante recibe refrigerios por valor de \$2,000.

La administración central exige un 20% de los ingresos brutos para cubrir gastos generales de administración, lo cual incluye la depreciación de los activos comprometidos en el seminario y la remuneración de las directivas y administración general de la Universidad.

¿Con qué número de participantes se alcanza el punto de equilibrio?. Si el número de participantes inscritos no alcanza el punto de equilibrio, ¿cuál es el mínimo número de participantes con el cual se puede iniciar el seminario?

